

Facoltà di Ingegneria

Prova scritta di..... (COMPLETARE CON FISICA I 6 CFU, FISICA II 6 CFU, FISICA 12 CFU, FISICA GENERALE 6 CFU, ETC).

Cognome:..... Nome:..... Data:.....

CdL/Matricola:...../..... Aula:..... Compito:.....

SUPERATA PROVA INFRACORSO DI MECCANICA CON VOTO: /30

Per annullare la propria presenza scrivere “RITIRATO” qui di seguito:.....

CORSI CON 12 CFU:

I COMPITI DA 12 CFU DEVONO COMPRENDERE LO SVOLGIMENTO DI ALMENO 1 PROBLEMA DI MECCANICA E 1 DI ELETTROMAGNETISMO. COLORO CHE HANNO GIA' SUPERATO LO SCRITTO NELLA PROVA INFRACORSO POSSONO SCEGLIERE SE FARE, O MENO, I PROBLEMI DI MECCANICA.

CORSI CON 6 CFU: Valgono le solite regole: fare quanti più problemi si riesce.

Modalità di svolgimento:

1. Risolvere i problemi COMMENTANDO OPPORTUNAMENTE I PASSAGGI.
2. RIPORTARE SUI FOGLI DI BELLA LO SVOLGIMENTO COMPLETO DEI PROBLEMI IN MODO CHE IL PROFESSORE POSSA RICOSTRUIRE IL PERCORSO MENTALE CHE L'ALLIEVO HA SEGUITO PER LA LORO RISOLUZIONE.
3. ALLEGARE I FOGLI DI BRUTTA COPIA, PENA FORTISSIME PENALIZZAZIONI O ANNULLAMENTO.
4. SOLO alla fine, compilare il foglio a lettura ottica RIPORTANDO SOLO i risultati relativi alle domande a cui si è riusciti a rispondere.

Regole per lo svolgimento:

1. indicare subito su ogni foglio Cognome, Nome , CdL, Matricola, Aula, Data e Compito.
N.B.: Ad esempio, la matricola 06103/000527 corrisponde a C.d.L 6103 e Matr. 527 (annerire le caselle in successione, partendo dall'alto
 2. Soltanto dopo aver risolto gli esercizi, rispondere alle altre domande. Se tra le risposte indicate non c'è quella che lo studente ritiene corretta, le caselle sul foglio ottico non vanno annerite.
- Elementi di valutazione:

1. i compiti non corredati da calcoli numerici (ove richiesti) o costituiti da sole formule senza commenti o spiegazioni saranno penalizzati anche a fronte di risultati esatti.
2. la mancata corrispondenza tra quanto scritto sulla bella e quanto riportato sul foglio ottico può dar luogo all' annullamento delle risposte, ancorché giuste.

PER CONSEGNARE:

Mettere all'interno dei fogli di bella copia (senza piegare):

1. la traccia e tutte le altre eventuali fotocopie avute
 2. il foglio a lettura ottica
 3. tutti i fogli di brutta copia,
- e consegnare in un unico plico .

NEL CONSEGNARE PORTARE CON SE' LE PROPRIE COSE E LASCIARE L'AULA SENZA DOVER TORNARE AL POSTO.

Facoltà di Ingegneria
Prova Scritta di Fisica
17 Febbraio 2010
Compito A

Esercizio n. 1

Un cilindro è appoggiato in quiete su un piano orizzontale privo di attrito. Siano M la sua massa, R il suo raggio, ed I il suo momento di inerzia rispetto all'asse di simmetria.

Un filo inestensibile di massa trascurabile (fune ideale), arrotolato attorno al cilindro, viene tirato, soltanto per un intervallo di tempo di durata T , con una forza costante \vec{F} orizzontale, mettendo in moto il cilindro.

Calcolare, facendo attenzione al fatto che **IL MOTO DEL CILINDRO NON È ASSOLUTAMENTE DI PURO ROTOLAMENTO**:

- il modulo della velocità v del centro di massa del cilindro al tempo t , tale che: $0 \leq t \leq T$
- il modulo della velocità angolare del cilindro al tempo t , tale che: $0 \leq t \leq T$
- il modulo della velocità v del centro di massa del cilindro al tempo t , tale che: $t > T$ (quando la forza \vec{F} non viene più esercitata).
- il modulo della velocità angolare del cilindro al tempo t tale che: $t > T$ (quando la forza \vec{F} non viene più esercitata).

Determinare il valore di I affinché l'energia cinetica del cilindro sia equamente divisa tra il suo valore relativo al moto rotazionale e quello relativo al moto traslazionale.

Dopo aver studiato la dinamica del problema utilizzando le leggi studiate, calcolare:

1. il modulo della velocità v del centro di massa del cilindro al tempo t , tale che: $0 \leq t \leq T$, ha la seguente espressione:

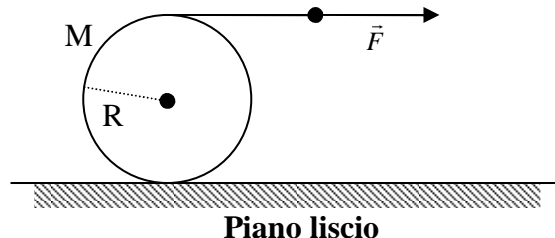
- A. $\frac{F}{M} t$ (*)
- B. $\frac{I F}{M} t$
- C. $\frac{1}{2} \frac{F}{M} t^2$
- D. $\frac{2 M}{I} t$

2. il modulo della velocità angolare del cilindro al tempo t , tale che: $0 \leq t \leq T$

- A. $\frac{I F}{2 R} t$,
- B. $\frac{F R}{I} t$ (*)
- C. $\frac{1}{2} \frac{R F}{I} t^2$
- D. $\frac{F}{M R} t$

3. il modulo della velocità v del centro di massa del cilindro al tempo t , tale che: $t > T$

- A. $\frac{I F}{M} T$
- B. $\frac{I F}{M} T + \frac{1}{2} I T^2$
- C. $\frac{1}{2} \frac{F}{M} T^2$
- D. $\frac{F}{M} T$ (*)



4. il modulo della velocità angolare del cilindro al tempo, t tale che: $t > T$
- $\frac{FR}{I}T$ (*)
 - $\frac{IF}{2R}T$
 - $\frac{1}{2} \frac{FR}{M}T^2$
 - $IT + \frac{1}{2} \frac{FR}{M}T^2$
5. Affinché l'energia cinetica del cilindro sia equamente divisa tra moto rotazionale e moto traslazionale, il momento d'inerzia I rispetto all'asse di simmetria del cilindro deve valere:
- $4MR^2$
 - MR^2 (*)
 - $\frac{1}{2}MR^2$
 - $\frac{3}{2}MR^2$

Esercizio n. 2

Una sbarra rigida di massa m e lunghezza L , può ruotare senza attriti intorno ad una cerniera A , fissata contro una parete. Nel punto B della sbarra, a distanza $L/3$ rispetto al punto A , è fissata, con un filo ideale, una massa M_1 . Analogamente nel punto D della sbarra, a distanza L rispetto al punto A , è fissata, con un filo ideale, una massa M_2 . A vincolare, ulteriormente, il moto della sbarra è un braccio rigido privo di massa che si inserisce nel punto C alla distanza $2/3L$ della sbarra rispetto al punto A ed è legato ad una molla di costante elastica k attaccata al soffitto.

Nella posizione di equilibrio statico la sbarra forma, con la verticale alla parete, un angolo $\theta = 0$.

($M_1 = 0.5 \text{ kg}$, $M_2 = 0.8 \text{ kg}$, $m = 0.2 \text{ kg}$, $k = 90 \text{ N/m}$)

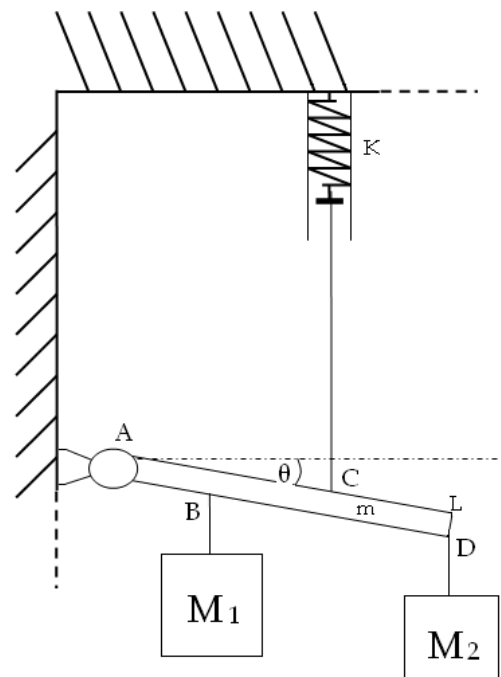
Dopo aver risolto il problema proposto, si risponda alle seguenti domande:

6. Qual è il modulo della forza elastica F_{el} con la quale la molla deve opporsi alla rotazione della sbarra per mantenere il sistema in equilibrio statico:

- $F_{el} = \frac{3}{2} \left(\frac{M_1}{3} + \frac{m}{2} + M_2 \right) g$ (*)
- $F_{el} = \frac{2}{3} (M_1 + m + M_2) g \cdot \sin \vartheta$
- $F_{el} = \frac{2}{3} \left(\frac{M_1}{2} + \frac{m}{3} + 2M_2 \right) g$
- $F_{el} = \frac{3}{2} \left(\frac{M_1}{3} + m + \frac{M_2}{2} \right) g \cdot \tan \vartheta$

7. Determinare quanto vale, in modulo, l'elongazione della molla, Δ , necessaria ad erogare la forza F_{el} , calcolata in precedenza:
- $2.56 \times 10^{-2} \text{ m}$
 - $3.56 \times 10^{-2} \text{ m}$
 - $1.78 \times 10^{-2} \text{ m}$ (*)
 - $1.20 \times 10^{-2} \text{ m}$

8. Immaginiamo di poter spostare la massa M_1 lungo l'asta. A quale distanza x dal punto A essa deve essere collocata al fine di ottenere una elongazione della molla pari a ξ :



- A. $x = \frac{1}{M_1 g} (-Lmg - \frac{L}{2} M_2 g + \frac{1}{3} L \cdot k\xi) \sin \vartheta$
- B. $x = \frac{1}{M_1 g} (-\frac{L}{2} mg - LM_2 g + \frac{2}{3} L \cdot k\xi) (*)$
- C. $x = \frac{1}{M_1 g} (-Lmg - \frac{L}{2} M_2 g + \frac{1}{3} L \cdot k\xi) \cos \vartheta$
- D. $x = \frac{1}{M_1 \sin \vartheta} (-\frac{L}{2} m - LM_2 + \frac{2}{3} L \cdot \frac{k\xi}{g})$

9. Assumendo ora trascurabili sia la massa M_1 che la massa M_2 , e supponendo di fornire all'asta un piccolo spostamento iniziale dalla posizione di equilibrio, si calcoli, la frequenza delle piccole oscillazioni:

- A. $f = 390 \text{ Hz}$
- B. $f = 3,90 \text{ Hz} (*)$
- C. $f = 3900 \text{ HZ}$
- D. $f = 39 \text{ Hz}$

10. il periodo delle piccole oscillazioni:

- A. $T = 2\pi \sqrt{\frac{9I_A}{4kL}} (*) \quad T = 0,26 \text{ s} (*)$
- B. $T = 2\pi \sqrt{\frac{9I_A}{4kL}} (*) \quad T = 0,26 \text{ s} (*)$
- C. $T = 2\pi \sqrt{\frac{9I_A}{4kL}} (*) \quad T = 0,26 \text{ s} (*)$
- D. $T = 2\pi \sqrt{\frac{9I_A}{4kL}} (*) \quad T = 0,26 \text{ s} (*)$

Esercizio n. 3

Un filo di materiale isolante, con densità di carica lineare λ costante, viene piegato fino ad assumere la forma mostrata in figura (la parte circolare ha raggio R e forma un arco con angolo al centro di π , i due tratti rettilinei sono ciascuno di lunghezza R). Calcolare il potenziale elettrico nel punto P (centro della parte circolare).

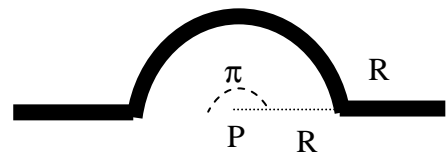
Successivamente una carica Q puntiforme viene collocata nel punto P.

Calcolare l'energia potenziale elettrostatica della carica puntiforme Q .

Rispondere quindi alle seguenti domande

11. La carica del filo vale

- A. λR
- B. $\lambda R(2 + \frac{3}{2}\pi)$
- C. $\lambda R(2 + \pi) (*)$
- D. $\lambda R(\ln 2 + \pi)$



12. Il potenziale nel punto P generato dalla carica di tutto il filo, rispetto all' ∞ dove è nullo:

- A. $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} (2\pi + \ln 2)$
- B. $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} [2(\ln 2) + \pi] (*)$
- C. $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} (\ln 2)$

D. $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}(\pi)$

13. L'energia potenziale elettrostatica della carica Q quando è posta nel punto P vale, rispetto all' ∞ dove è nulla:

A. 0

B. $Q \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} [2(\ln 2) + \frac{\pi}{2}]$

C. $Q \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} [2(\ln 2) + \pi] (*)$

D. $Q \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}(\pi)$

Esercizio n.4

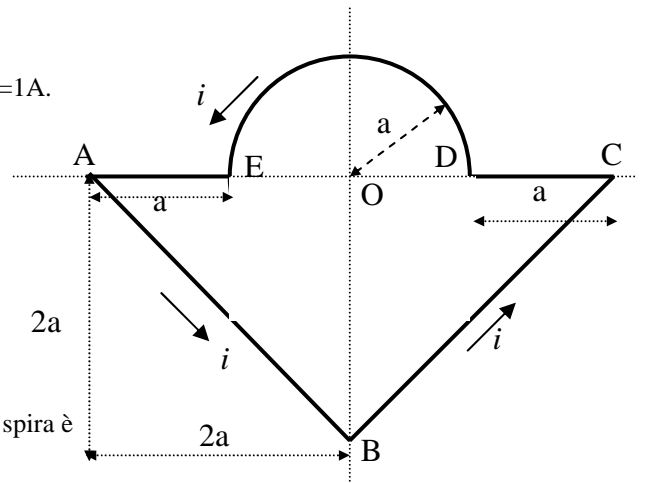
Nella spira mostrata in figura circola in senso antiorario una corrente $i=1A$.

Calcolare:

- il campo magnetico \vec{B} nel punto O (centro della semicirconferenza, vedi figura)
- il momento magnetico \vec{m} della spira

($a=10m, \mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$)

Rispondere quindi alle seguenti domande:



14. il campo magnetico \vec{B} nel punto O dovuto alla corrente nella spira è

- A. ortogonale al foglio ed uscente (*)
- B. ortogonale al foglio ed entrante
- C. parallelo al foglio ed orientato verso destra
- D. parallelo al foglio ed orientato verso sinistra

15. il campo magnetico in O dovuto alla corrente nel filo EA ha modulo

A. $\frac{\mu_o i}{2\pi a}$

B. $\frac{\mu_o i}{2\pi a^2}$

C. $\frac{\mu_o i}{4\pi a}$

D. 0 (*)

16. il campo magnetico in O dovuto alla corrente nel filo AB ha modulo

A. $\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\mu_o i}{\pi a}$

B. $\frac{\mu_o i}{4\pi a} (*)$

C. $\frac{\sqrt{2}}{16} \frac{\mu_o i}{\pi a}$

D. 0

17. il campo magnetico nel punto O dovuto alla corrente nella semicirconferenza di raggio a ha modulo

A. $\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\mu_o i}{a}$

B. $\frac{\mu_o i}{4\pi a}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{16} \frac{\mu_o i}{\pi a}$

D. $\frac{\mu_o i}{4a} (*)$

18. il campo magnetico nel punto O dovuto alla corrente nella spira ha modulo

- A. $0.1 \cdot 10^{-7} T$
- B. $0.5 \cdot 10^{-7} T (*)$
- C. $15 \cdot 10^{-7} T$
- D. $135 \cdot 10^{-7} T$

19. il momento magnetico della spira vale

- A. 0.32 Am^2
- B. 4.85 Am^2
- C. 0.076 Am^2
- D. 557 Am^2

20. il momento magnetico \vec{m} della spira è

- A. ortogonale al foglio ed uscente (*)
- B. ortogonale al foglio ed entrante
- C. parallelo al foglio ed orientato verso destra
- D. parallelo al foglio ed orientato verso sinistra

Altre domande:

21. Quando un adulto di 81 kg usa la scala a chiocciola per salire al secondo piano della sua casa, la sua energia potenziale aumenta di 2000 J. Di quanto aumenta l'energia potenziale di un bimbo di 18 kg quando questo sale al secondo piano della stessa casa per la scala normale?

- A. 660 J
- B. 2000 J
- C. 440 J (*)
- D. 0.44 J

22. Un disco orizzontale gira intorno al proprio asse con velocità angolare costante . Ad un certo istante un piccolo frammento di massa m cade verticalmente sul disco e si attacca alla superficie di esso. Il modulo della velocità angolare del disco:

- A. raddoppia
- B. rimane invariato
- C. diminuisce (*)
- D. aumenta

23. Il centro di massa di un sistema costituito dalle masse puntiformi m_1 ed m_2 , con $m_2 \gg m_1$ poste, a distanza d, rispettivamente nei punti P_1 e P_2 , si trova in quale punto della congiungente tra P_1 e P_2 :

- A. sulla congiungente $m_1 - m_2$, vicino ad m_2 (*)
- B. sulla congiungente $m_1 - m_2$ a distanza $d/2$ da m_1
- C. sulla congiungente $m_1 - m_2$ a distanza $d/4$ da m_1
- D. sulla congiungente $m_1 - m_2$, vicino ad m_1

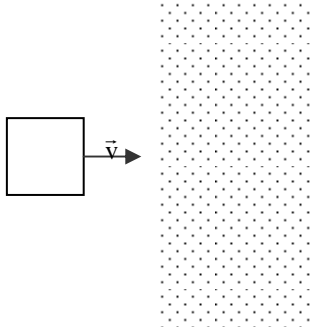
24. Nel moto parabolico di un proiettile lanciato verso l'alto ad un angolo di 45° , nel punto di altezza massima, la velocità ha

- A. componente orizzontale nulla e componente verticale diversa da zero
- B. componente orizzontale diversa da zero e componente verticale nulla (*)
- C. entrambe le componenti nulle
- D. entrambe le componenti diverse da zero

25. Un sassolino viene lanciato verticalmente verso l'alto. Nel punto di altezza massima, il sassolino ha

- A. velocità ed accelerazione nulle
- B. velocità ed accelerazione diverse da zero
- C. velocità nulla ed accelerazione diversa da zero (*)
- D. velocità diversa da zero ed accelerazione nulla

26. Il teorema di Koenig dell'energia cinetica dice che
- L'energia cinetica di un sistema di particelle è sempre nulla
 - L'energia cinetica di un sistema di particelle è uguale all'energia cinetica del centro di massa (CM) del sistema
 - L'energia cinetica di un sistema di particelle è uguale all'energia cinetica del CM del sistema più l'energia cinetica del sistema rispetto al sistema del centro di massa (*)
 - L'energia cinetica di un sistema di particelle è uguale all'energia cinetica del sistema rispetto al sistema del centro di massa
27. In un disco omogeneo, viene praticato un foro circolare, con centro sul semiasse positivo delle x. Il CM del disco, inizialmente coincidente col centro del disco, si sposta:
- lungo l'asse x, nel verso delle x positive
 - lungo l'asse x, nel verso delle x negative (*)
 - lungo l'asse y, nel verso delle y positive
 - lungo l'asse y, nel verso delle y negative
28. L'accelerazione del centro di massa di un sistema di particelle dipende
- soltanto dalla risultante delle forze interne
 - soltanto dalla risultante delle forze esterne (*)
 - soltanto dal momento risultante delle forze interne rispetto al CM
 - soltanto dal momento risultante delle forze esterne rispetto al CM
29. Dato un sistema di particelle, la quantità di moto totale si conserva se:
- la risultante delle forze esterne è nulla (*)
 - la risultante delle forze interne è nulla
 - il momento risultante delle forze esterne rispetto al CM del sistema è nullo
 - tutte le forze esterne e tutte le forze interne sono conservative
30. Condizione necessaria e sufficiente affinché un corpo rigido sia in equilibrio (statico o dinamico) è che:
- la risultante delle forze esterne sia nulla
 - la risultante dei momenti delle forze esterne (rispetto ad un polo qualsiasi) sia nulla
 - la risultante delle forze esterne e la risultante dei momenti delle forze esterne (rispetto ad un polo qualsiasi) siano nulle (*)
 - la risultante delle forze interne e la risultante dei momenti delle forze interne (rispetto ad un polo qualsiasi) siano nulle
31. Un protone avente quantità di moto \vec{p} e carica elettrica e entra in una regione con campo di induzione magnetica \vec{B} ortogonale a \vec{v} ; la sua traiettoria diventa un arco di circonferenza di raggio di curvatura
- $\frac{p}{eB}$ (*)
 - $\frac{eB}{p}$
 - $\frac{ep}{B}$
 - $\frac{e}{pB}$
32. Un condensatore è inserito nel ramo di un circuito alimentato da un generatore di forza elettromotrice $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t$ (dove $\omega = 1\text{KHz}$ e t è il tempo). In condizioni di regime, nel ramo di circuito contenente il condensatore
- non può passare corrente perché il condensatore si comporta come un aperto
 - può passare corrente perché il condensatore si comporta come un chiuso (*)
 - può passare corrente solo quando la forza elettromotrice è positiva $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t > 0$
 - può passare corrente solo quando la forza elettromotrice è negativa $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t < 0$
33. Per simmetrizzare le sue famose 4 equazioni, Maxwell introdusse la corrente di spostamento, che corrisponde
- ad un flusso di cariche nel vuoto
 - ad un flusso di cariche in un dielettrico

- C. ad una variazione nel tempo del flusso del campo magnetico
 D. ad una variazione nel tempo del flusso del campo elettrico (*)
34. Un filo di materiale isolante, uniformemente carico (densità di carica lineare $+\lambda$), forma una circonferenza di raggio R . Il potenziale elettrico generato dal filo al centro della circonferenza ha modulo
- A. 0
 B. $\frac{\lambda}{2\epsilon_0}$ (*)
 C. $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R}$
 D. $\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R}$
35. Una spira conduttrice quadrata, non percorsa da corrente, viene lanciata in una regione con campo magnetico \vec{B} uniforme, ad essa ortogonale (vedi figura a lato). La spira entrando nella regione del campo
- A. non subisce alcuna forza
 B. viene attratta nella regione del campo magnetico
 C. viene respinta dalla regione del campo magnetico (*)
 D. subisce una forza parallela alla direzione del campo magnetico \vec{B}
- 
36. Una carica $+Q$ è posta al centro della cavità praticata all'interno di un conduttore neutro isolato. Le cariche indotte sulla parete interna ed esterna del conduttore sono rispettivamente:
- A. $Q_{\text{int}} = 0, Q_{\text{ext}} = -Q$
 B. $Q_{\text{int}} = -Q, Q_{\text{ext}} = 0$
 C. $Q_{\text{int}} = -Q, Q_{\text{ext}} = +Q$ (*)
 D. $Q_{\text{int}} = +Q, Q_{\text{ext}} = -Q$
37. Un filo di materiale isolante, uniformemente carico (densità di carica lineare λ), forma una circonferenza di raggio R . Il campo elettrico generato dal filo al centro della circonferenza ha modulo
- A. $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R^2}$
 B. $\frac{1}{2\epsilon_0} \frac{\lambda}{R}$
 C. $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R^2}$
 D. 0 (*)
38. Un dipolo elettrico di momento di dipolo \vec{p} in un campo elettrico uniforme \vec{E} tale che $\frac{\vec{E} \cdot \vec{p}}{E \cdot p} = \cos \theta$ è soggetto ad un momento meccanico di modulo
- A. 0
 B. $pE \cos \theta$
 C. $pE \sin \theta$ (*)
 D. $pE \tan \theta$
39. L'energia immagazzinata nel campo magnetico di una bobina di induttanza L e percorsa da una corrente i vale:
- A. Li
 B. $\frac{1}{2} L^2 i$
 C. $\frac{1}{2} Li^2$ (*)
 D. $\frac{1}{2} L^2 i^2$
40. La resistività di un metallo aumenta con l'aumentare della temperatura
- A. aumenta (*)

- B. diminuisce
- C. resta costante
- D. diventa nulla

Soluzione

Esercizio n.1

VEDERE ANCHE DINAMICA DEL MOTO DI SEMPLICE ROTOLAMENTO, CAPITOLO VII, PARAGRAFO 7, PAG. 265 DEL LIBRO "ELEMENTI DI MECCANICA", J.M. QUARTIERI, L. SIRIGNANO, EDIZIONE C.U.E.S. , LIBRERIA CUES.

IL MOTO DEL CILINDRO NON E' ASSOLUTAMENTE DI PURO ROTOLAMENTO

ma è il classico moto generale di un corpo rigido, riconducibile a due moti elementari simultanei: uno di rotazione attorno al CM ed uno di traslazione del CM.

Pertanto per studiare il moto del cilindro occorre studiare le due equazioni cardinali della dinamica, che nel caso in esame diventano:

$$\begin{aligned} M a_{cm} &= F && \text{per } t \text{ compreso tra } 0 \text{ e } T \\ I_{cm} \alpha &= FR && \text{per } t \text{ compreso tra } 0 \text{ e } T, \end{aligned}$$

che integrate tra 0 e t (qualsiasi appartenente al summenzionato intervallo) forniscono:

$$v_{cm} = (F/M) t,$$

$$\omega = (FR/I_{cm}) t$$

al tempo T quando l'azione della forza F cessa abbiamo:

$$v_{cm}(T) = (F/M) T,$$

$$\omega(T) = (FR/I_{cm}) T.$$

dal teorema di Koenig abbiamo che l'energia cinetica associata al moto generale di un corpo rigido e misurata rispetto ad un sistema di riferimento inerziale si scrive nel seguente modo:

$$K_{tot} = (1/2) I_{cm} \omega^2 + (1/2) M (v_{cm})^2, \text{ ad un istante di tempo } t \text{ qualsiasi.}$$

Pertanto se i due contributi (rotazione e traslazione) all'energia cinetica devono essere uguali il loro rapporto deve essere uguale ad 1:

$$((1/2) I_{cm} \omega^2) / ((1/2) M (v_{cm})^2) = 1$$

E ciò risulta possibile, dopo aver sostituito le espressioni per le due velocità, solo se

$$I_{cm} = M R^2.$$

Esercizio 2

All'equilibrio vale la seguente equazione:

$$\frac{M_1 g L}{3} + \frac{mgL}{2} - \frac{2L}{3} F_{el} + M_2 g L = 0$$

Da cui si ricava la Forza elastica:

$$F_{el} = \frac{3}{2} \left(\frac{M_1}{3} + \frac{m}{2} + M_2 \right) g$$

Dalla definizione di forza elastica, troviamo il delta x:

$$F_{el} = -k\Delta x \Rightarrow \Delta x = -\frac{3}{2k} \left(\frac{M_1}{3} + \frac{m}{2} + M_2 \right) g$$

Per calcolare il periodo delle piccole oscillazioni, scriviamo l'equazione della dinamica dei momenti, stavolta senza le masse 1 e 2:

$$\frac{mgL}{2} - \frac{2L}{3} F_{el} = I_A \alpha$$

Che diventa:

$$\ddot{\theta} = \frac{mgL}{2I_A} - \frac{2L}{3I_A} k \frac{2}{3} L \sin \theta$$

Per piccole oscillazioni $\sin \theta \approx \theta$ è circa:

$$\ddot{\theta} = \frac{mgL}{2I_A} - \frac{2L}{3I_A} k \frac{2}{3} L \theta \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2L}{3I_A} k \frac{2}{3}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{9I_A}{4Lk}}$$

Esercizio 3

Il problema proposto è un caso semplificato di quelli riscontrabili nei problemi 3.10, 3.11, 3.12, da pag. 87 in poi, del libro “Elementi di Elettromagnetismo”, J.M. Quartieri, L. Sirignano, edizione C.U.A. libreria Minerva.

Esercizio 4

Il problema proposto è una modifica del problema 10.17 di pag. 318 del libro “Elementi di Elettromagnetismo”, J.M. Quartieri, L. Sirignano, edizione C.U.A. libreria Minerva.